# Modellazione parametrica delle gemme dall'*Encyclopedie*. Analisi geometrica e criticità morfologiche

Nicola Pisacane
Pasquale Argenziano
Alessandra Avella

*Abstract*

La *planche Orfèvre Joaillier, Metteur en Oeuvr, Taille des Diamans* contenuta nell'*Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* di Denis Diderot e Jean Baptist Le Rond d'Alambert (1751-1772) è analizzata nel presente contributo in relazione al più ampio studio condotto dagli autori sul tema del disegno delle gemme sfaccettate. Il disegno della *planche* illustra venti tagli del diamante, disposti in ordine crescente per complessità geometrica della forma e conseguente difficoltà esecutiva, attraverso l'impiego delle doppie o triple proiezioni ortogonali.
La metodologia di ricerca, applicata e verificata per tutti i tagli, ma discussa in tale sede per soli tre di essi, ha previsto una lettura e un'analisi grafica dei disegni, un confronto con le relative didascalie ed i lemmi enciclopedici di riferimento. La successiva fase ha previsto valutazioni critico-interpretative dei disegni eseguite anche attraverso il ridisegno vettoriale dei tagli, ponendo in evidenza gli aspetti configurativi degli stessi e i dati geometrico-dimensionali di ciascun taglio e di ogni sua parte. Tali dati, archiviati in una tabella strutturata ad hoc, hanno permesso di definire i dati di input per la modellazione digitale eseguita con software specifici per il settore gemmologico.
La modellazione ha offerto l'opportunità per valutazioni critiche tanto in merito alla performance luminosa di ciascun taglio, quanto di verifica della bontà della rappresentazione della *planche* e della capacità di controllo del modello grafico per il disegno di configurazioni complesse.

*Parole chiave*
Information modelling, trattatistica, geometria proiettiva, gemmologia

Denis Diderot, dettaglio della *Planche I Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Brillans Rares da Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Paris 1751-80.



doi.org/10.3280/oa-1016-c383

## Introduzione

Il presente contributo, che si inquadra nell'ambito di una più ampia ricerca condotta dagli autori sul tema del disegno delle gemme preziose con una ricaduta anche in ambito didattico [Pisacane et al. 2021; Argenziano et al. 2022; Pisacane et al. 2023], approfondisce lo studio delle sezioni dell'*Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* di Denis Diderot dedicate alla gioielleria e all'oreficeria con uno specifico approfondimento all'apparato grafico accluso alla stessa opera. Il lavoro dell'enciclopedista francese è difatti caratterizzato da numerose tavole grafiche (*Recueil de planches sur les sciences et les arts liberaux et les arts méchaniques avec leur explication*) e ampi testi didascalici, organizzate in undici tomi, a supporto delle voci e dei lemmi racchiusi in diciassette volumi.
In tale sede l'interesse per il disegno delle gemme ha condotto ad un approfondimento di tre sezioni del tomo VIII e una del tomo III, nello specifico quelle di *Orfevre grossier, Orfevre-bijoutiér, Orfèvre-jouaillier, metteur en oeuvre* e *Diamantaire*. La sezione *Orfevre grossier* contiene diciannove *planche* e relative didascalie descrittive delle opere e dei componenti di oreficeria ma anche dei laboratori e degli utensili per la fonditura e la lavorazione dei metalli preziosi grezzi. La raccolta di sette *planche* e relative didascalie titolate *Orfevre-bijoutiér* rappresenta e descrive opere di oreficeria finemente cesellate e intarsiate, quali ad esempio forbici, impugnature di spade, bracciali e anelli, nonché immagini di un laboratorio per la lavorazione e degli utensili necessari. La sezione *Orfèvre-jouaillier*, *metteur en oeuvre* organizzata secondo undici *planche* illustra, come dichiarato dallo stesso titolo, tanto i processi lavorativi e produttivi cui sono dedite le maestranze impegnate nel settore della gioielleria, tanto l'organizzazione degli *atelier* e degli utensili impiegati, quanto un approfondimento sulle pietre preziose rare e sui principali tagli del diamante, oggetto del presente contributo, oltre a numerosi disegni di pregevoli opere di gioielleria. Alla lavorazione dei diamanti e alle strumentazioni in uso al tempo è dedicata la seziona intitolata *Diamantaire* contenuta nel tomo III. Tale sezione è organizzata in due *planche* di cui una doppia e relative didascalie descrittive inerenti alle strumentazioni per il taglio e alla lavorazione dei diamanti e delle pietre preziose in generale. Le didascalie di tale sezione si concludono con un rimando al lemma *Pierres fines* e a tutti gli altri relativi alla *Diamantaire*.
Nello specifico il lemma *Diamantaire* è contenuto a p. 941 del volume IV ed è associato alla categoria *Art. & Comm*. (arti e mestieri e commercio) indicando, come descritto nello stesso testo, tanto gli aspetti connessi alla lavorazione e alla conoscenza dei diamanti quanto agli aspetti legati alla loro commercializzazione. Lo stesso lemma *Diamantaire* rimanda alla attività della Confraternita di *Lapidaries* e a tale voce enciclopedica. Diversamente il lemma *Diamant* (volume IV, p. 938), che ricade nella categoria *Hist. nat. Minéral*. storia naturale e mineralogia), definisce il materiale più prezioso noto all'uomo, simbolo del lusso e dell'opulenza. Il testo descrive prevalentemente le caratteristiche mineralogiche di tale pietra preziosa, indicando anche le maggiori fonti estrattive, le differenze tra i minerali estratti nei diversi ambiti geografici fino a descrivere i più pregiati diamanti noti all'epoca, rappresentati nella *planche* I della sezione *Orfèvre-jouaillier, metteur en oeuvre* del tomo VIII per i quali viene indicata la caratura e ipotizzato anche un valore monetario. Il lemma *Lapidaire*, richiamato nella voce *Diamantaire*, è contenuto a p. 282 del volume IX ed è associato alla categoria delle *Arts mécaniques* (arti meccaniche), tant'è che la voce enciclopedica sottolinea l'aspetto meramente tecnico della lavorazione non solo dei diamanti ma delle pietre preziose in generale. L'ampia trattazione della voce enciclopedica, infatti, presenta una dettagliata descrizione dei procedimenti in uso al tempo per la lavorazione, il taglio, l'intaglio e la lucidatura di pietre dure in generale, precisando con specifici riferimenti le differenti modalità di taglio per le pietre preziose e semipreziose, nonché le diverse possibili applicazioni, montaggi e incastonature. Al termine di tale voce sono richiamate le *planche* sui diamanti e sulla lapidaria qui oggetto di trattazione. Il lemma *Pierres fines* è contenuto a p. 585 del volume XII ed è un correlato alla forma esplicita '*graveur en pierres fines*' riferendosi l'artista che lavora per sottrazione o a rilievo una pietra. Il lemma *Pierres précieuses*, contenuto a p. 593 del volume XII, ricade anch'esso nella categoria *Hist. nat. Minéral*. (storia naturale e mineralogia) ed elenca i tipi di pietre preziose (diamante, rubino, zaffiro, topazio, smeraldo, crisolito, ametista, gia-

cinto, peridoto, granata, berillo e acquamarina), le differenze cromatiche, la localizzazione delle principali fonti estrattive nel mondo ed il comportamento di tali pietre alle azioni del fuoco e del caldo in generale. Per queste ultime notazioni, l'*Encyclopédie* richiama lo studio del 1711 contenuto nel *Giornale de' Letterati d'Italia*, riferendosi nello specifico alle esperienze fatte con lo specchio ustorio di Firenze sopra le gemme e le pietre dure [*Giornale de' Letterati d'Italia*, pp. 221-309]

## Materiali e metodo

La *planche* II – inquadrata in una cornice di circa mm 205 x 316 analogamente a tutte quelle edite nell'*Encyclopedie* – presenta venti gemme sfaccettate disegnate in proiezioni ortogonali e disposte in sequenza bustrofedica secondo una progressiva complessità del taglio. I primi dieci tagli, privi di padiglione, sono rappresentati in doppie proiezioni ortogonali; i secondi dieci presentano la terza proiezione dal basso (fig. 1).
Il carattere analitico della *planche* è enfatizzato dalla disposizione tabellare delle viste, allineate verticalmente rispetto all'asse di simmetria e orizzontalmente rispetto alla linea di terra per le proiezioni verticali e all'asse di simmetria per le proiezioni orizzontali. L'ampiezza costante lungo la verticale è di mm 15 circa, mentre l'altezza delle viste in seconda proiezione varia da mm 5 a 13 circa.
In relazione al presente contributo, sono discussi i tagli 17-18, 30-31-32 e 48-49-50, opportunamente selezionati dai venti modelli digitali realizzati nel software Gem Cut Studio [https://gemcutstudio.com], specifico del disegno parametrico in campo gemmologico. In particolare, il taglio 17-18 è stato scelto tra quelli del primo gruppo privi di padiglione – noti come tagli 'a rosa' – perché è caratterizzato dal maggior numero di faccette della corona, organizzate in tre ordini. La scelta della gemma 30-31-32 è stata dettata dalla complessità della sfaccettatura dell'unico ordine di corona realizzato attraverso tre diversi angoli di taglio. La gemma 48-49-50, ultima in ordine di complessità geometrica, è stata scelta perché le criticità emerse nell'analisi delle rappresentazioni mongiane aprono a diverse interpretazioni dei disegni e quindi dei modelli digitali.
La metodologia di indagine messa a punto e applicata ai venti tagli della *planche* è di seguito illustrata attraverso le tre gemme selezionate.
La lettura dei disegni delle gemme è stata eseguita a confronto con le relative didascalie, per validare le interpretazioni grafiche e per approfondire le caratteristiche dei singoli tagli.
Le successive valutazioni grafiche della *planche* sono state sviluppate a partire dal ridisegno vettoriale delle viste ortogonali al fine di evidenziare le geometrie configurative, gli allineamenti, le proporzioni e le simmetrie dei tagli. Gli esiti di tali valutazioni sono stati tabellati in una matrice che sistematizza i valori di input per la successiva fase di modellazione digitale (fig. 2).
In campo gemmologico, la traduzione del processo analogico in quello digitale è stata agevolata dall'intrinseca geometria parametrica della pietra tagliata, in cui i valori angolari delle faccette restano costanti al variare delle lunghezze degli spigoli, in diretta derivazione dalla prima regola fondamentale della cristallografia [Mottana, Crespi, Liborio 1997, p. 10].
La modellazione digitale – nel software Gem Cut Studio – è consistita in una sequenza ordinata di tagli applicati ad un cubo 'grezzo' parametrico, la cui giacitura è riferita ai dati geometrici precedentemente determinati. Il software utilizzato, così come in altri specialistici, simula il taglio di una pietra ideale seguendo un'ordinata sequenza di operazioni in analogia ai procedimenti di lavorazione artigianale delle gemme. Il taglio artigianale è basato su goniometri tri-ortogonali analogici nei quali la pietra grezza è fissata con ceralacca ad alta temperatura al centro di un *dop* (bastoncino) che ruota in relazione agli indici di ingranaggio [Argenziano et al. 2022, p. 2042] che dipendono dalla periodicità degli angoli di taglio e dei piani di simmetria, noti attraverso le caratteristiche mineralogiche della pietra.
Terminato il taglio digitale della pietra, il software utilizzato produce una scheda tecnica sintetica con la rappresentazione del modello in quadrupla proiezione ortogonale – assimilabile alla convenzione Americana (o del Terzo Diedro) – e con le sue caratteristiche geometriche, morfologiche e fisiche, necessarie alla realizzazione del taglio. Quest'ultime

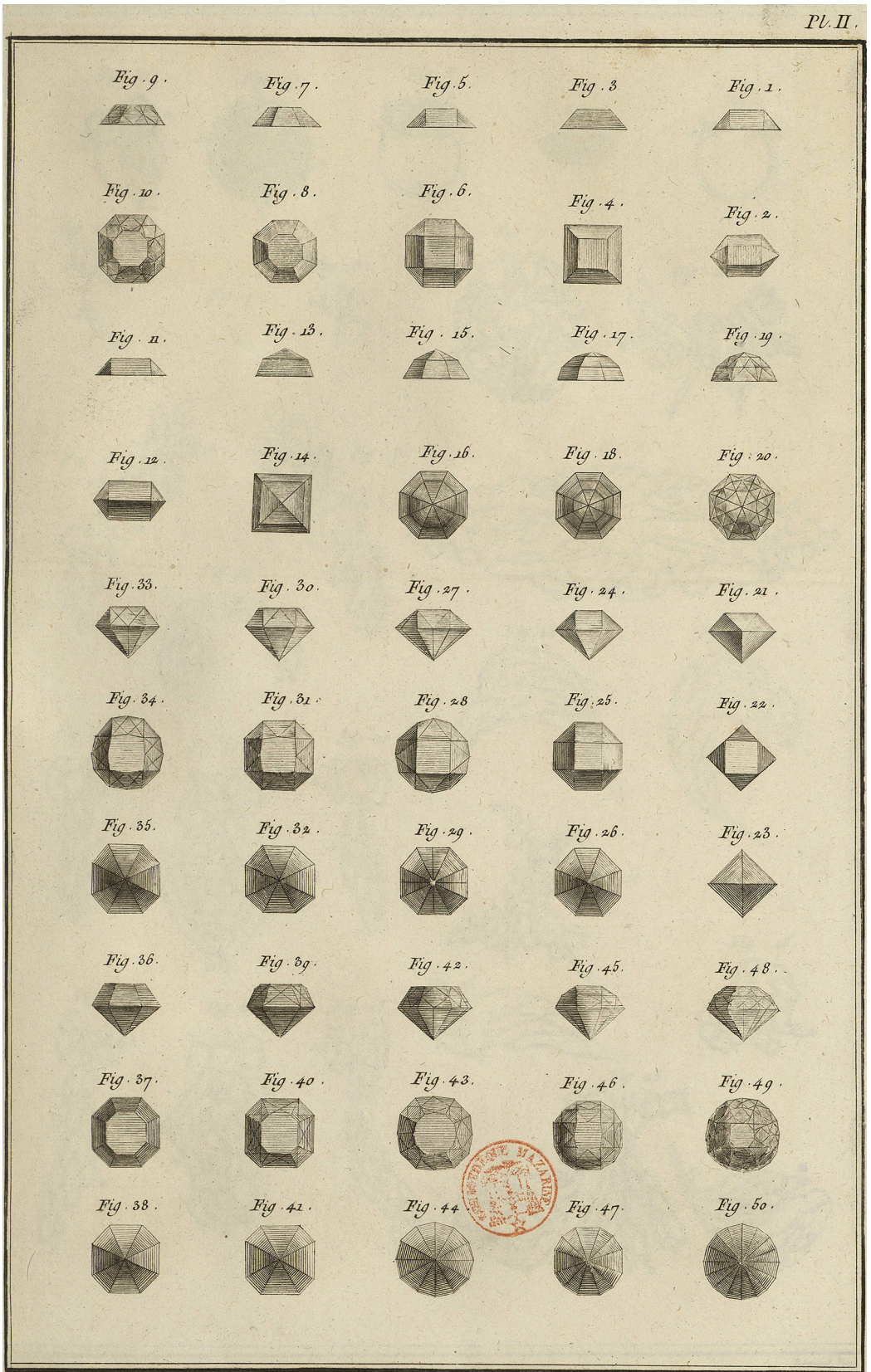



Fig. 1. Denis Diderot, *Planche II Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans,* da *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Paris 1751-80.

riguardano nello specifico le dimensioni della gemma espresse come rapporto di proporzionalità tra lunghezze e volumi, la numerosità delle faccette, i piani di simmetria, gli angoli di taglio del padiglione e della corona (calcolati rispetto alla direzione ortogonale all'asse verticale passante per il centro di massa del solido sfaccettato) con i rispettivi indici di ingranaggio ed angoli di rotazione nella sequenza di taglio, l'indice di rifrazione del modello sfaccetto.

| | Solido | Solido | Solido | | | Solido | Solido | Solido | | | | | | | | Solido | Solido | Solido | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Composizione** | | **Dimensioni** | | | **Piano di taglio** | **Ordine** | **Facce** | | | | | | | | **Simmetria** | **Simmetria** | **Solido** | **Dimensioni** | | | **Indice di ingranaggio** | **Angolo del piano di taglio** | **Totale delle faccette** |
| | | | **largh [mm]** | **prof [mm]** | **alt [mm]** | | | **lati** | **n.** | **lati** | **n.** | **lati** | **n.** | **lati** | **n.** | **Piani** | **Assi** | | **X [mm]** | **Y [mm]** | **Z [mm]** | | | |
| **Figg. 17, 18** | Tavola | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | 0 | | | | | | | 25 |
| | Corona | si | 1 | 1 | 0,45 | 3 | I | 3 | 8 | | | | | | | 8 | | Poliedro | 0,49 | 0,49 | 0,07 | 16 | 20 | |
| | Corona | si | 1 | 1 | 0,45 | 3 | II | | | 4 | 8 | | | | | 8 | | Poliedro | 0,85 | 0,85 | 0,16 | 16 | 42 | |
| | Corona | si | 1 | 1 | 0,45 | 3 | III | | | 4 | 8 | | | | | 8 | | Poliedro | 1 | 1 | 0,21 | 16 | 70 | |
| | Cintura | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Padiglione | si | 1 | 1 | 0 | i | I | | | | | | | 8 | 1 | | 8 | // | 1 | 1 | 0 | | 0 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Figg. 30, 31, 32** | Tavola | si | 0,52 | 0,52 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | 8 | 1 | | 4 | | | | | | 0 | 25 |
| | Corona | si | 1 | 1 | 0,2 | 2 | I | 3 | 16 | | | | | | | 4 | | Poliedro | 1 | 1 | 0,2 | 96 | 49-56 | |
| | Cintura | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Padiglione | si | 1 | 1 | 0,5 | 1 | I | 3 | 8 | | | | | | | 8 | | Piramide | 1 | 1 | 0,5 | | 44 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Figg. 48, 49, 50** | Tavola | si | 0,29 | 0,29 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | 8 | 1 | | 16 | | 0,29 | 0,29 | 0 | | 0 | 113 |
| | Corona | si | 1 | 1 | 0,31 | 2 | I | 3 | 28 | 4 | 8 | | | | | 4 | | Poliedro | 0,76 | 0,76 | 0,11 | 96 | 29-35 | |
| | Corona | si | 1 | 1 | 0,31 | 2 | II | 3 | 48 | 4 | 12 | | | | | 4 | | Poliedro | 1 | 1 | 0,20 | 96 | 50-55 | |
| | Cintura | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Padiglione | si | 1 | 1 | 0,43 | 1 | I | 3 | 16 | | | | | | | 16 | | Piramide | 1 | 1 | 0,43 | 16 | 45 | |

Fig. 2. Tabella riepilogativa dei dati qualitativi e quantitativi dei tagli della *Planche* II analizzati. Elaborazione grafica degli autori.

## Disegni enciclopedici e modelli parametrici delle gemme

I disegni 17 e 18 illustrano un taglio 'a rosa' in tre ordini a base ottagonale, rappresentato in doppia proiezione ortogonale, rispettivamente verticale e zenitale. Nella didascalia della *planche*, questi sono indicati come "17. Prospetto, & 18. Pianta di un diamante-rosa a tre ordini di faccette composte da ventiquattro".
Il ridisegno vettoriale evidenzia che la gemma sfaccetta è iscrivibile in una calotta sferica di rapporto 2:5 tra freccia e diametro e che le faccette della corona dividono la freccia, dal padiglione verso il vertice, secondo un rapporto 1/2: 1/3: 1/5. Considerato che il diametro della gemma disegnata è di circa 17 millimetri, ne consegue che il lato dell'ottagono di base è di mm 6,5 e le faccette dei tre ordini della corona sono inclinate, a partire dall'ordine inferiore, 70°, 42° e 20°. La forma, composta da 24 faccette, presenta 8 piani verticali di simmetria (fig. 3).

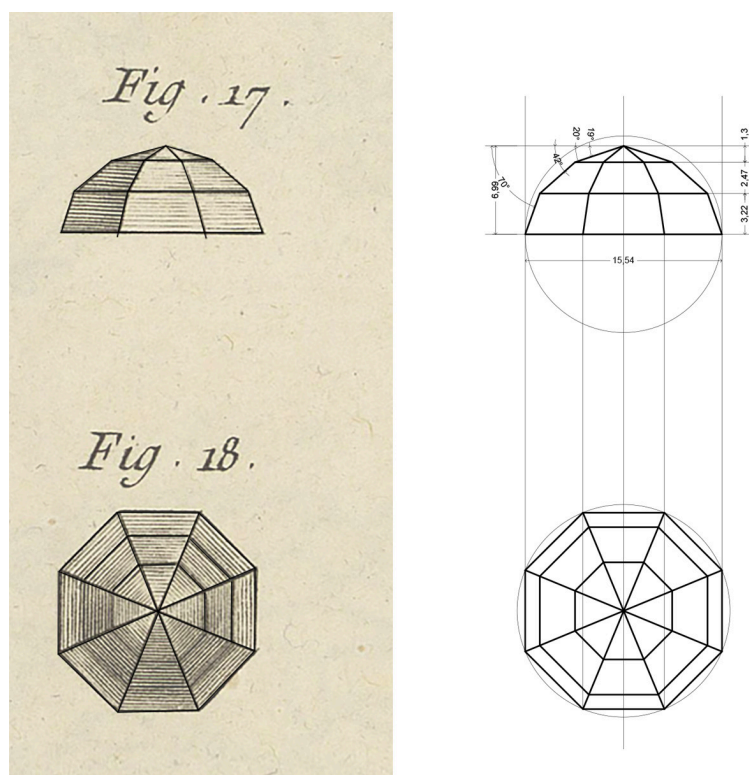



Fig. 3. Analisi grafico-geometrica dei disegni 17 e 18 della *Planche II Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans* di Denis Diderot. Elaborazione grafica degli autori.

A partire dal cubo parametrico, la sfaccettatura digitale procede dal basso verso l'alto dal primo al terzo ordine della corona secondo piani di taglio di 70°, 42° e 20°, con l'indice di ingranaggio 96 e il grado di simmetria 8. I dati riportati nella scheda tecnica di taglio confermano le determinazioni geometriche dell'analisi grafica della *planche*. A meno della numerosità delle faccette indicate nella didascalia la gemma digitale è composta da venticinque faccette e pertanto, analogamente a tutti i tagli 'a rosa' della *planche*, risulta evidente che l'autore enumerasse solo le facce superiori di questi particolari poliedri.
Inoltre, i diagrammi analitici (*tilt performance*) estratti dal modello evidenziano la minore brillantezza del taglio 'a rosa' rispetto a quella ottenuta nei tagli con padiglione (fig. 4).

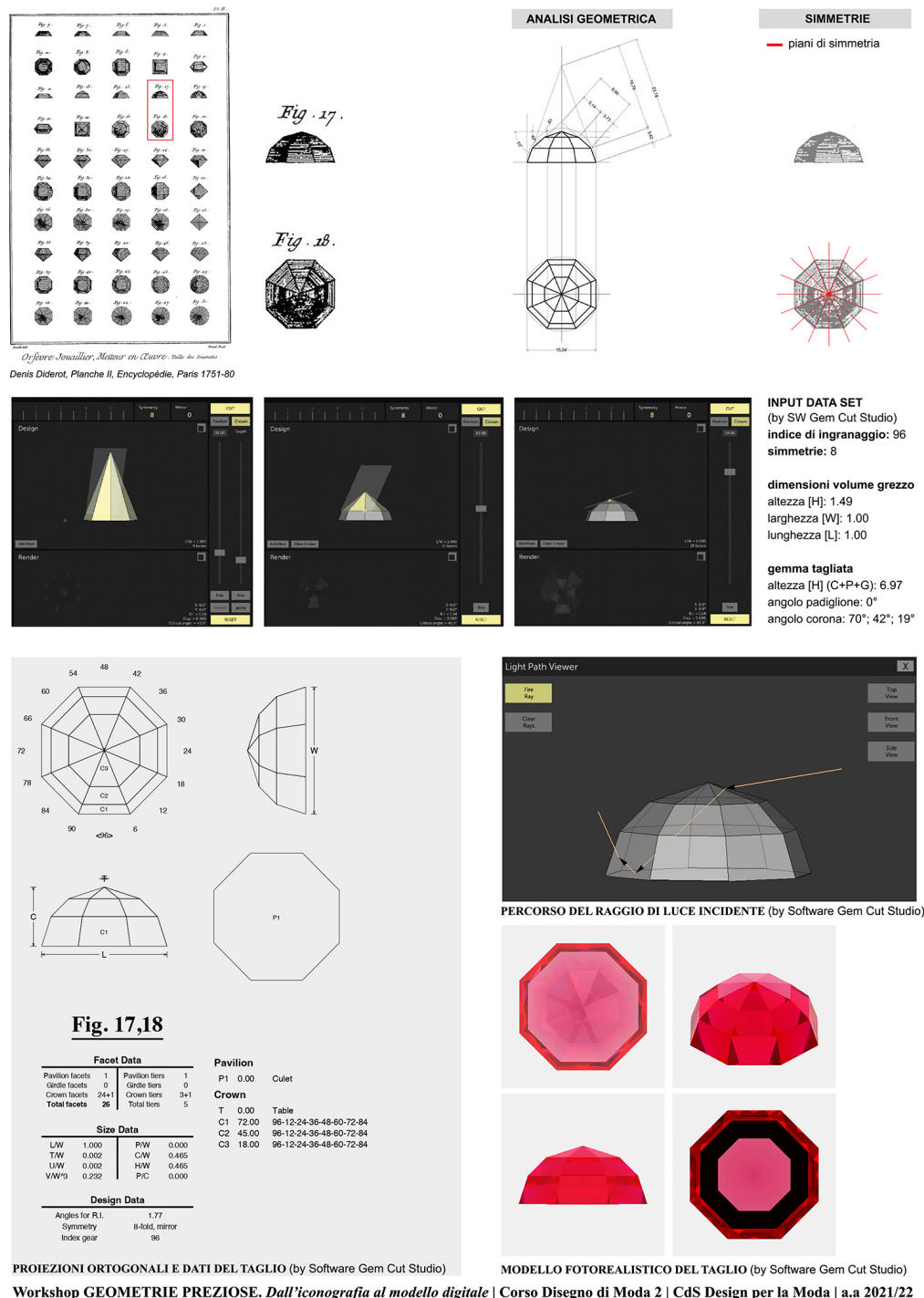



Fig. 4. Modellazione 3D parametrica del taglio 17, 18 della *Planche* II. Esperienza didattica nell'ambito del *workshop Geometrie preziose. Dall'iconografia al modello digitale* (A.A. 2021/22).

I disegni 30, 31 e 32 illustrano un taglio composto da corona con tavola e da padiglione, uniti dal comune profilo ottagonale irregolare, rappresentato in triplice proiezione ortogonale: la vista 30 è frontale, le altre sono rispettivamente zenitale e nadirale per restituire l'immagine della corona con tavola e del padiglione.
La didascalia della *planche* recita "30. Prospetto, 31. Pianta dall'alto, & 32. Pianta dal basso di un brillante ottagonale a un solo ordine di faccette composte da sedici, quella di sopra di otto lati" riportando anche in questo caso la numerosità specifica della parte superiore del poliedro.
Il ridisegno vettoriale evidenzia che la gemma sfaccetta presenta un rapporto di 2:3 tra l'altezza e il diametro del poligono comune alla corona e al padiglione, e che le altezze di queste due parti compositive sono rispettivamente in rapporto 1:3 e 2:3 con l'altezza totale della gemma.
La forma, composta da 25 faccette, ha 4 piani verticali di simmetria, a coppie ortogonali.
Le otto faccette del padiglione sono inclinate a coppie simmetriche rispettivamente 44° e 43°; le corrispondenti faccette triangolari maggiori della corona sono invece inclinate 49° e 56°.
La composizione dei piani di taglio determina otto faccette triangolari minori nella corona inclinate 44° lungo i piani diametrali dell'ottagono comune alla corona e al padiglione (fig. 5).
In ambiente digitale, le pietre composte di padiglione e corona vengono modellate a partire dal basso. L'indice di ingranaggio imposto è 96, il grado di simmetria è 4.
Nella scheda tecnica del modello digitale i dati relativi al numero di faccette confermano quanto descritto nella didascalia associata al taglio; le faccette del padiglione sono inclinate 44°, mentre quelle della corona hanno tre diverse inclinazioni (C1 49°, C2 56°, C3 44°) e i rispettivi angoli di rotazione nella sequenza di taglio sono differenti per lo stesso ordine di

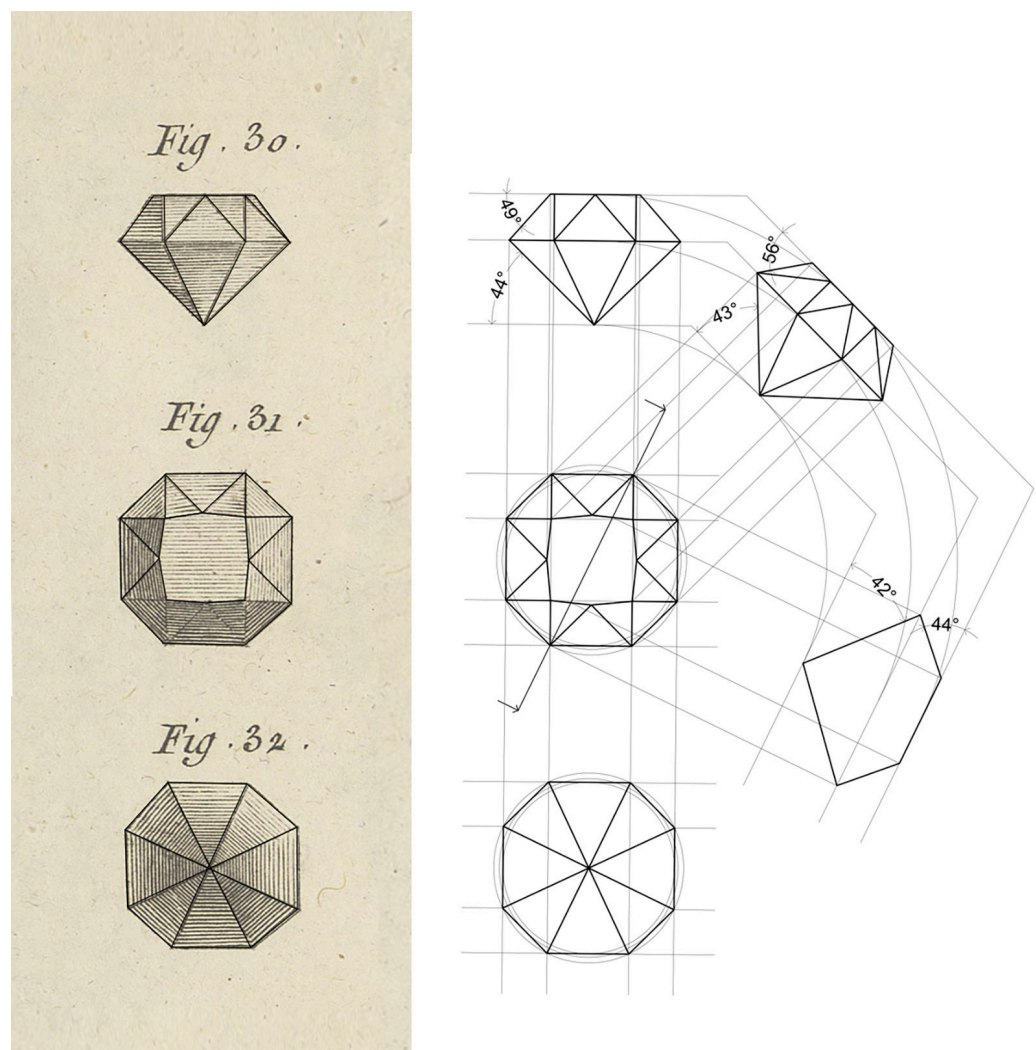
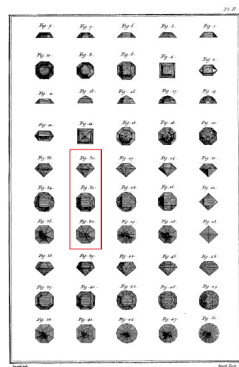
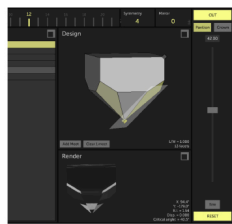
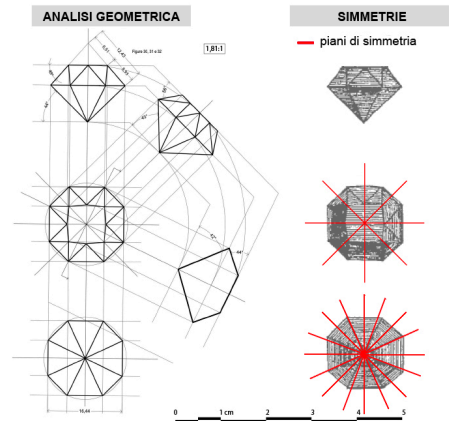
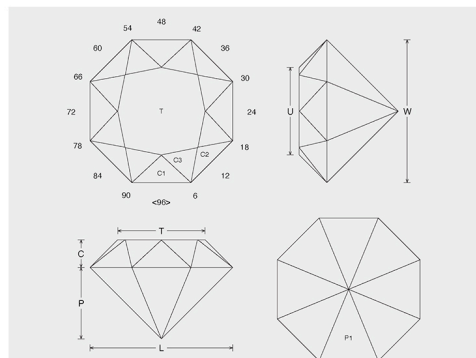



Fig. 5. Analisi grafico-geometrica dei disegni 30, 31 e 32 della *Planche Il Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans* di Denis Diderot. Elaborazione grafica degli autori.

corona. Mentre gli angoli di taglio delle faccette C1 e C2 sono stati imputati nel software a partire dal ridisegno vettoriale, l'inclinazione delle faccette C3 è stato calcolato per via geometrica in fase di modellazione. L'angolazione così determinata ha avvalorato quanto calcolato nel disegno vettoriale.
Infine, rispetto al taglio 'a rosa', i diagrammi analitici (*tilt performance*) stimano per questo taglio una performance luminosa (brillantezza) della gemma maggiore rispetto a quella del taglio 'a rosa' per la presenza del padiglione (fig. 6).
I disegni 48, 49 e 50 illustrano un taglio composto da corona su doppio ordine di faccette con tavola ottagonale e padiglione piramidale con base regolare di 16 lati, rappresentato in triplice proiezione ortogonale come il precedente. La relativa didascalia "48. Prospetto, 49. Pianta

**Facet Data**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Pavilion facets | 8 | Pavilion tiers | 1 |
| Girdle facets | 0 | Girdle tiers | 0 |
| Crown facets | 16+1 | Crown tiers | 3+1 |
| **Total facets** | **25** | Total tiers | 5 |

**Size Data**

| | | | |
|---|---|---|---|
| L/W | 1.000 | P/W | 0.500 |
| T/W | 0.612 | C/W | 0.194 |
| U/W | 0.612 | H/W | 0.694 |
| V/W^3 | 0.247 | P/C | 2.583 |

**Design Data**

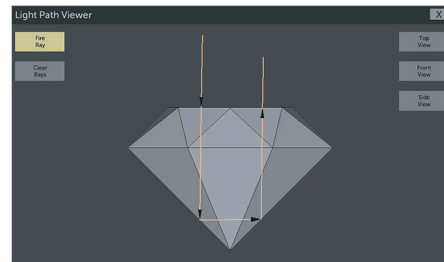
| | |
|---|---|
| Angles for R.I. | 1.54 |
| Symmetry | 4-fold, mirror |
| Index gear | 96 |

**Pavilion**

| | | |
|---|---|---|
| P1 | 44.00 | 96-12-24-36-48-60-72-84 |

**Crown**

| | | |
|---|---|---|
| T | 0.00 | Table |
| C1 | 49.00 | 96-24-48-72 |
| C2 | 56.00 | 12-36-60-84 |
| C3 | 44.00 | 03-21-27-45-51-69-75-93 |

**PROIEZIONI ORTOGONALI E DATI DEL TAGLIO** (by Software Gem Cut Studio)

**PERCORSO DEL RAGGIO DI LUCE INCIDENTE** (by Software Gem Cut Studio)

**MODELLO FOTOREALISTICO DEL TAGLIO** (by Software Gem Cut Studio)

**Workshop GEOMETRIE PREZIOSE. *Dall'iconografia al modello digitale* | Corso Disegno di Moda 2 | CdS Design per la Moda | a.a 2021/22**

Fig. 6. Modellazione 3D parametrica del taglio 30, 31 e 32 della *Planche* II. Esperienza didattica nell'ambito del *workshop Geometrie preziose. Dall'iconografia al modello digitale* (A.A. 2021/22).

dall'alto, & 50. Pianta dal basso di un brillante di sedici lati a due ordini di faccette composte da 96, quelle di sopra da 12 lati", come per gli altri tagli, puntualizza la complessità morfologica della corona e la numerosità delle faccette di certo notevole.
Il ridisegno vettoriale permette il calcolo di alcune proporzionalità significative: il rapporto tra l'altezza e il diametro del poligono comune alla corona e al padiglione è di 3:4; le altezze di queste due parti compositive sono rispettivamente in rapporto 2:5 e 3:5 con l'altezza totale della gemma.
I piani di simmetria variano tra padiglione e corona. In particolare, si contano trentadue piani di simmetria nel padiglione e quattro nel primo e nel secondo ordine della corona.
In fase di modellazione parametrica sono emerse incongruenze geometriche nelle faccette del primo e del secondo ordine della corona non risolvibili nel software Gem Cut Studio, e chiarite invece attraverso la modellazione geometrica CAD. Il modello geometrico sfaccettato della corona è stato disegnato a partire dagli spigoli e quindi dai vertici delle singole faccette le cui posizioni sono state determinate nel ridisegno vettoriale del taglio. Questo procedimento ha evidenziato che le faccette trapezoidali della corona – otto nel primo ordine e quattro nel secondo ordine – definiscono una superficie piana in cui sono tracciati dei segni lineari che non possono corrispondere a spigoli, ma piuttosto ad incisioni della pietra, perché non trovano riscontro nel disegno di prospetto; diversamente i pentagoni, quattro per ciascun ordine, generano superfici non piane. In ciascuna di queste è disegnato un quadrangolo con tre vertici lungo altrettanti lati del pentagono ed il quarto coincidente con un vertice del pentagono stesso: si definiscono quattro triangoli che circoscrivono un quadrilatero gobbo, impossibile da eseguire con gli strumenti di taglio delle pietre. Pertanto, il numero delle faccette totali si riduce da novantasei a sessantadue, di cui le sessanta calcolate nel primo ordine sono in realtà trentaquattro faccette piane e quattro superfici non piane; le trentasei calcolate nel secondo ordine sono venti faccette piane e quattro superfici non piane (fig. 7).
Se la modellazione geometrica del taglio ha permesso di superare analiticamente le criticità geometriche emerse durante la modellazione digitale, dall'altra ha evidenziato il limite del modello geometrico in termini di valutazione della preziosità del taglio, non essendo possibile estrarre da esso i parametri di brillantezza e resa della gemma.

## Conclusioni

Lo studio dei solidi sfaccettati della *planche* II dell'*Encyclopedie* apre ad alcune considerazioni critiche che dalla gemmologia investono il campo del Disegno.
La tavola esaminata riflette la rigorosa impostazione dell'opera enciclopedica e il ricorso all'uso sistematico delle proiezioni ortogonali nell'intero apparato grafico a corredo. L'approccio analitico nell'uso delle proiezioni ortogonali anticipa gli assunti teorici e le conseguenti applicazioni che Gaspard Monge codificò solo ventisette anni dopo la pubblicazione dell'ultimo tomo iconografico dell'*Encyclopedie*. L'uso ancora empirico del metodo delle doppie proiezioni ortogonali evidenzia da una parte i vantaggi offerti nella risoluzione di problemi per via grafica del disegno delle gemme sfaccettate, dall'altra i limiti applicativi nelle proiezioni di configurazioni spaziali complesse. A validare tali considerazioni gli esiti dell'analisi dei tagli discussi dimostrano per i disegni 17-18 e 30-31-32 una coerenza geometrica tra il modello grafico rappresentato nella *planche*, e la relativa didascalia, e il modello parametrico digitale della gemma sfaccettata costruito secondo l'approccio metodologico proposto; mentre dimostrano per i disegni 48-49-50 l'impossibilità di eseguire il modello parametrico digitale – e quindi il relativo modello fisico – a partire dal disegno in tripla proiezione ortogonale, seppur correttamente eseguito.
Il caso studio esaminato evidenzia che la modellazione parametrica delle gemme sfaccettate da una parte si conferma un valido strumento di analisi grafica applicata alla lettura critica delle rappresentazioni trattatistiche risolvendone le ambiguità geometrico-interpretative, dall'altra apre a spunti innovativi per il prosieguo della ricerca tanto nell'ambito del disegno di nuovi tagli quanto nel disegno delle incastonature. Per quanto riguarda il disegno di nuovi tagli questo progetto di ricerca sta sperimentando, in collaborazione con noti Istituti Internazionali di gemmologia, il taglio di pietre sintetiche e di pietre precedentemente sfaccettate al fine di proporre possibili alternative sostenibili volte alla

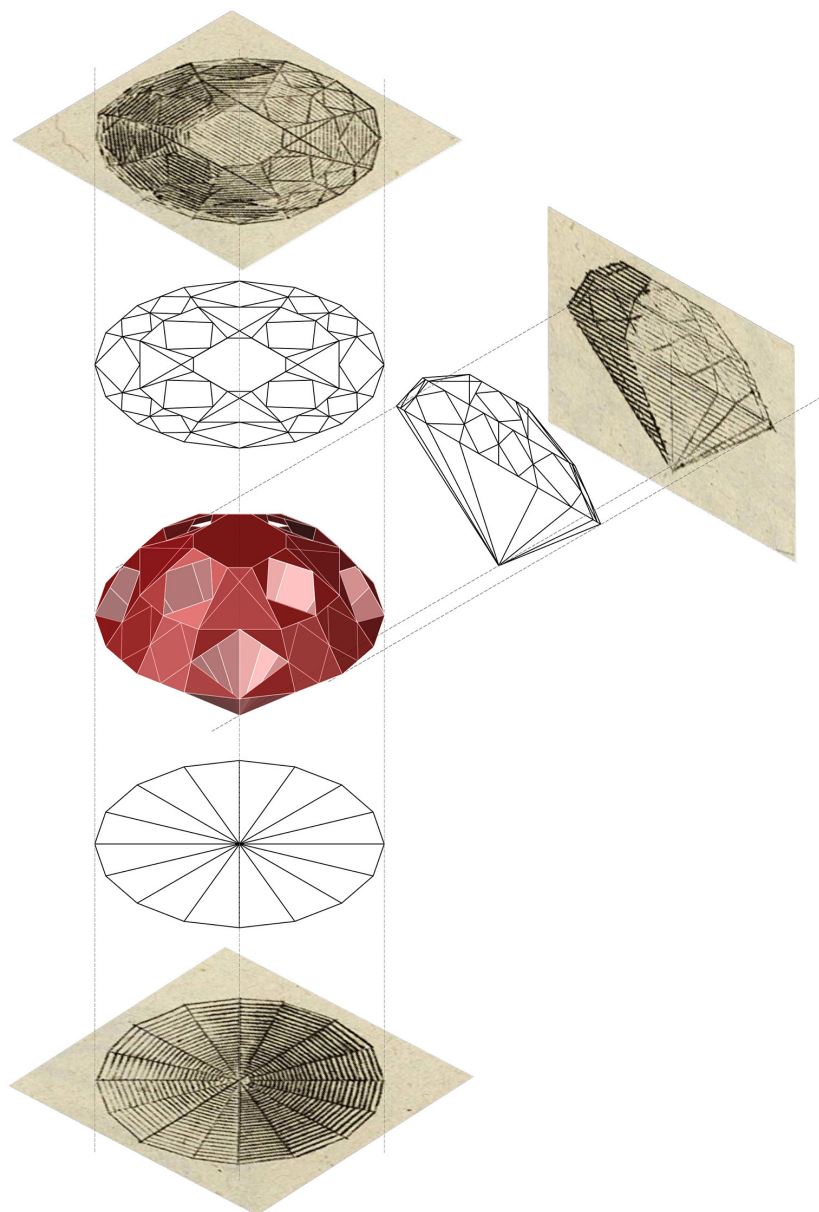



Fig. 7. Modellazione geometrica per superfici del taglio 48, 49 e 50 della *Planche II Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans* di Denis Diderot. Elaborazione grafica degli autori.

riduzione dell'impronta ecologica dovuta all'estrazione delle pietre naturali. Tanto il taglio delle pietre sintetiche o ri-tagliate quanto la modellazione dell'incastonatura confermano il ruolo cardine della Geometria in chiave parametrica; nel caso del taglio i principi geometrici presiedono la struttura atomica costitutiva della pietra naturale come di quella sintetica, nel caso dell'incastonatura la geometria determina la configurazione delle superfici concavo-convesse di contatto tra la gemma ed il metallo.

### Crediti

Gli autori hanno progettato la ricerca e condiviso la sua metodologia e i suoi contenuti. In particolare, nel paragrafo 'Disegni enciclopedici e modelli parametrici delle gemme' le analisi dei tagli 17-18, 30-31-32 e 48-49-50 sono rispettivamente a cura di Pasquale Argenziano, Alessandra Avella e Nicola Pisacane. 'L'Introduzione', il paragrafo 'Materiali e Metodo' e le 'Conclusioni' sono curate da tutti gli autori.

#### Riferimenti bibliografici

Argenziano P., Avella A., Pisacane N. (2022). Il disegno delle gemme sfaccettate. Fonti iconografiche e trattatistica, analisi geometrica, rilevamento, modellazione parametrica/Faceted gemstones drawing. Iconographic and treatise sources, geometric analysis, survey, parametric modelling. In C. Battini, E. Bistagnino (a cura di). *Dialoghi. Visioni e visualità. Atti del 43° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione*, Genova, 15-17 settembre pp. 2036-2057. Milano: FrancoAngeli.

Avella A. (2018). *Disegno di Moda. Corpo | abito | illustrazione. Fashion drawing. Body | clothing | illustration*, Roma: Aracne editrice.

Bravais M. A. (1849). *Mémoire sur les polyèdres de forme symétrique*. Paris: Imprimerie de Bachelier.

Casini P. (a cura di). (1966). *La filosofia dell'Encyclopédie. D'Alambert – Diderot*. Bari: Universale Laterza.

Church A.H. (1905). *Precious Stones considered in Their Scientific and Artistic Relations*. Londra: Wyman and Sons.

De Fiore G. (1983). *Corso di Disegno. Dal procedimento dei maestri, alle tecniche, al disegno personale*. Milano: Fabbri Editore.

De Rosa A., Sgrosso A., Giordano A. (2002) *La Geometria nell'Immagine. Storia dei metodi di rappresentazione*. Torino: UTET.

Diderot D., D'Alembert J.L.R. (1751-1772). *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. Parigi.

Farrington O. C. (1903). *Gems and Gem minerals*. Chicago: A. W. Mumford.

Haüy R. J. (1817). *Traité des pierres précieuses*. Parigi.

Modica M. (a cura di). (1988). *L'estetica dell'Encyclopédie*. Roma: Editori Riuniti.

Mol A.A., Martins-Filho L.S., da Silva J.D.S., Rocha R. (2007). Efficiency parameters estimation in gemstones cut design using artificial neural networks. In *Computational Materials Science*, n. 38 (4), pp. 727-736. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0927025606001625> (consultato il 30 marzo 2023).

Mottana A., Crespi R., Liborio G. (1977). *Minerali e rocce*. Milano: Mondadori.

Pisacane N., Argenziano P., Avella A. (2021). Dalla stereotomia, spunti per il disegno delle gemme. Insights into the gems' drawing from stereotomy. In Jacazzi D., Morelli M. D. (a cura di). *Gemme e Gioielli: Storia e Design*, n. 0, pp. 68-69. Aversa: DADI Press.

Pisacane N., Argenziano P., Avella A. (2023). Gems Geometry: From Raw Structure to Precious Stone. In L.-Y. Cheng (a cura di). ICGG 2022. *Proceedings of the 20th International Conference on Geometry and Graphics*, San Paulo, 15-19 agosto 2022, pp. 497-508. Cham: Springer.

Quintili P. (1995). *Arti, scienze e lavoro nell'età dell'Illuminismo. La filosofia dell'Encyclopédie*. Roma: Antonio Pellicani Editore.

Quintili P. (2001). *La pensée critique de Diderot. Matérialisme, science et poésie à l'âge de l'Encyclopédie 1742-1782*. Parigi: Honoré Champion.

Quintili P. (2005). *Illuminismo ed Enciclopedia.* Roma: Carocci.

S.A. (1711). Esperienze fatte con lo specchio ustorio di Firenze sopra le gemme, e le pietre dure. In *Giornale de' Letterati d'Italia*. Tomo Ottavo, pp.221-309.

Sborgi F. (1973). Glittica e lavorazioni affini. In E. Baccheschi, C. Dufour Bozzo, F. Franchini Guelfi, G. Gallo Colonni, E. Gavazza, G. Giubbini, M. Leva Pistoi, E. Parma Arman, F.R. Pesenti, F. Sborgi (a cura di). *Le Tecniche Artistiche*, pp. 63-82. Milano: Mursia.

Schmetzer K. (2019). A 15th-Century Polishing Machine for Gemstones Attributed to Henri Arnaut. In *Journal of Gemmology,* n. 6 (36), pp. 544-550. <https://gemcutstudio.com> (consultato il 30 marzo 2023).

Autori
*Nicola Pisacane,* Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*, nicola.pisacane@unicampania.it
*Pasquale Argenziano,* Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*, pasquale.argenziano@unicampania.it
*Alessandra Avella,* Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*, alessandra.avella@unicampania.it

*Per citare questo capitolo*: Pisacane Nicola, Argenziano Pasquale, Avella Alessandra (2023). Modellazione parametrica delle gemme dall'*Encyclopedie*. Analisi geometrica e criticità morfologiche./Parametric Modeling of Gemstone from the *Encyclopedie*. Geometric Analysis and Morphological Problems. In Cannella M., Garozzo A., Morena S. (a cura di). *Transizioni. Atti del 44° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Transitions. Proceedings of the 44th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 1874-1895.

 Isbn 9788835155119

# Parametric Modeling of Gemstone from the *Encyclopedie*. Geometric Analysis and Morphological Problems

Nicola Pisacane
Pasquale Argenziano
Alessandra Avella

*Abstract*

The table *Orfèvre Joaillier, Metteur en Oeuvr, Taille des Diamans* in the *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* by Denis Diderot and Jean Baptist Le Rond d'Alambert (1751-1772) is analyzed in this paper in relation to the broader study conducted by the authors on the theme of the drawing of faceted gemstone. The drawing illustrates twenty gem cuts of the diamond, arranged in ascending order for geometric complexity of the shape and consequent executive difficulty, using double or triple orthogonal projections. The research methodology, applied and verified for all the cuts but discussed here for only three of them, provided a graphic analysis of the drawings, in comparison with the related captions and encyclopedic lemmas. The following phase involved critical-interpretative evaluations of the drawings carried out also through vector redrawing of the gem cuts, highlighting the configurative aspects and the geometric-dimensional data of each cut and each of its parts. These data, stored in an ad hoc table, have allowed to define the input data for digital modeling also performed with specific software for the gemological sector. The modeling offered the opportunity for critical evaluations both on the light performance of each cut, as well as on verifying the goodness of the representation of the table and the ability to control the graphic model for the design of complex configurations

*Parole chiave*
Information Modelling, Treatise, Projective Geometry, Gemology

Denis Diderot, detail of the *Planche I Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Brillans Rares da Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Paris 1751-80.

doi.org/10.3280/oa-1016-c383

## Introduction

This paper deepens, as part of a wide research carried by the authors on the topic of the drawing of precious gems with an impact also in the teaching field [Pisacane et al. 2021; Argenziano et al. 2022; Pisacane et al. 2023], the study of the sections of the *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* by Denis Diderot dedicated to jewelry and goldsmithing with a specific study of the drawings attached to the same work. The work of the French encyclopedist is in fact characterized by numerous graphic tables (*Recueil de planches sur les sciences et les arts liberaux et les arts méchaniques avec leur explication*) and extended captions, organized in eleven books, supporting the entries and headwords enclosed in seventeen books.
In this context, the interest in the drawing of gems led to an in-depth study of three sections of book VIII and one of book III, specifically those of *Orfevre grandier, Orfevre-bijoutiér, Orfèvre-jouaillier, metteur en oeuvre and Diamantaire*. The *Orfevre grandier* section contains nineteen *planches* and their descriptive captions of the goldsmith's works and components but also of the workshops and tools for melting and processing raw precious metals. The collection of seven *planches* and their captions titled *Orfevre-bijoutiér* represents and describes finely chiseled and inlaid goldsmith works, such as scissors, sword handles, bracelets, and rings, as well as images of a workshop for processing and the necessary tools. The *Orfèvre-jouaillier, metteur en oeuvre* section organized into eleven *planches* illustrates, as stated by the same title, both the work and production processes to which the workers involved in the jewelry sector are dedicated, both the organization of the ateliers and the tools used, as well as an in-depth analysis of rare precious stones and the main diamond cuts, the subject of this paper, as well as numerous drawings of fine jewelry works. The section entitled *Diamantaire* contained in book III is dedicated to the processing of diamonds and to the instruments in use at the time. This section is organized in two *planche*, one of which is double and its descriptive captions are relating to the tools for cutting and processing diamonds and precious stones in general. The captions in this section end with a reference to the headword *Pierres fines* and to all the others relating to the *Diamantaire*.
Specifically, the headword *Diamantaire* is contained on page 941 of book IV and is associated with the category *Art. & Comm*. (arts and crafts and commerce) indicating, as described in the same text, both the aspects related to the processing and knowledge of diamonds and the aspects related to their marketing. The same headword *Diamantaire* refers to the activity of the Brotherhood of Lapidaries and to this encyclopedic entry. On the other hand, the headword *Diamant* (book IV, page 938) which falls into the category *Hist. nat. mineral*. (Natural history and mineralogy), defines the most precious material known to man, a symbol of luxury and opulence. The text mainly describes the mineralogical characteristics of this precious stone, also indicating the major extractive sources, the differences between the minerals extracted in the different geographical areas up to describing the most precious diamonds known at the time, represented in *planche* I of the *Orfèvre-jouaillier, metteur en oeuvre* section of book VIII for which the carat is indicated, and a monetary value is also hypothesized. The headword *Lapidaire*, referred to in the *Diamantaire* entry, is contained on page 282 of book IX and is associated with the category of *Arts mécaniques* (mechanical arts) so much so that the encyclopedic entry underlines the merely technical aspect of the manufacturing not only of diamonds but precious stones in general.
The extensive treatment of the encyclopedic entry, in fact, presents a detailed description of the procedures in use at the time for the processing, cutting, carving and polishing of semi-precious stones in general, specifying with specific references the different cutting methods for the precious and semi-precious stones, as well as the different possible applications, assemblies and settings. At the end of this entry are recalled the *planche* on diamonds and lapidary treated here. The headword *Pierres fines* is contained on page 585 of book XII and is related to the explicit form '*graveur en pierres fines*' referring to the artist who works by subtraction or relief a stone. The headword *Pierres précieuses*, contained on page 593 of book XII, also falls into the category *Hist. nat. mineral*. (Natural history and mineralogy) and list the types of precious stones (diamond, ruby, sapphire, topaz, emerald, chrysolite,

amethyst, hyacinth, peridot, garnet, beryl and aquamarine), the chromatic differences, the location of the main extractive sources in the world and behavior of these stones to the actions of fire and heat in general. For these last notations, the *Encyclopédie* recalls the study of 1711 contained in the *Giornale de' Letterati d'Italia*, referring specifically to the experiences made with the burning mirrors of Florence on gems and semi-precious stones [*Giornale de' Letterati d'Italia*, p. 221-309]

## Materials and Method

The *planche* II – in a frame of about 205 x 316 mm, like all those published in the *Encyclopedie* – presents twenty faceted gems drawn in orthogonal projections and arranged in bustrofedic sequence according to a progressive complexity of the cuts. The first ten cuts, without a pavilion, are represented in double orthogonal projections; the second ten have the third projection from below (fig. 1).
The analytical character of the *planche* is emphasized by the tabular arrangement of the views: the vertical projections are aligned according to the axis of symmetry and the ground line; horizontal projections are aligned according to the axis of symmetry. The width of the drawings is constant: those arranged vertically are about 15 mm wide; those arranged horizontally have widths varying between 5 and 13 mm approximately.
In relation to this paper, the gem cuts 17-18, 30-31-32 and 48-49-50 are examined, appropriately selected among the twenty digital models made in the Gem Cut Studio software [https://gemcutstudio.com], which is specific for parametric modelling in the gemological field. In particular, the gem cut 17-18 was chosen among those of the first group that are without the pavilion – known as 'rose' cuts – because it is characterized by the greater number of facets of the crown, organized in three orders, compared to the others of the same group. The gem cut 30-31-32 was chosen because it presents a particular complexity of the facet in a single crown order, made with three different cutting angles. The gem cut 48-49-50 is the last one in order of geometric complexity and it was chosen because the analysis of its orthogonal representations in the *planche* presents some critical issues that in turn opens to different interpretations of the drawings and therefore of the digital models. The investigation methodology – developed and applied to the twenty cuts of the *planche* – is explained below through the three selected gems.
The analysis of the gems' drawings was performed in comparison with the relative captions, to validate the graphic interpretations and to deepen the characteristics of the individual cuts. The subsequent graphic evaluations were developed starting from the vector redrawing of orthogonal views to highlight the configurative geometries, alignments, proportions and symmetries of the cuts. The results of these evaluations have been tabulated in a matrix that systematizes the input values for the subsequent digital modeling phase (fig. 2). In the gemological field, the translation from the analog process to the digital one has been facilitated by the intrinsic parametric geometry of the cut stone, in which the angular values of the facets remain constant with the variation of the lengths of the edges, in direct derivation from the first fundamental rule of crystallography [Mottana, Crespi, Liborio 1997, p.10].
The digital modeling – in the Gem Cut Studio software – consisted of an ordered sequence of cuts applied to a parametric 'raw' cube, whose position refers to the geometric data previously determined. The software used, as well as in other specialists, simulates the cutting of an ideal stone following an ordered sequence of operations in analogy to the artisan processing procedures of the gems. The artisanal cut is based on analog tri-orthogonal protractors in which the rough stone is fixed with high-temperature lacquer wax at the center of a dop (stick) that rotates in relation to the gear indices [Argenziano et al. 2022, p. 2042] which in turn depend on the periodicity of cutting angles and symmetry planes, known through the mineralogical characteristics of the stone.
After the digital cutting of the stone, the software produces a synthetic technical data sheet with the representation of the model in quadruple orthogonal projection – like the American convention (or the Third Dihedral) – and with its geometric, morphological and physical

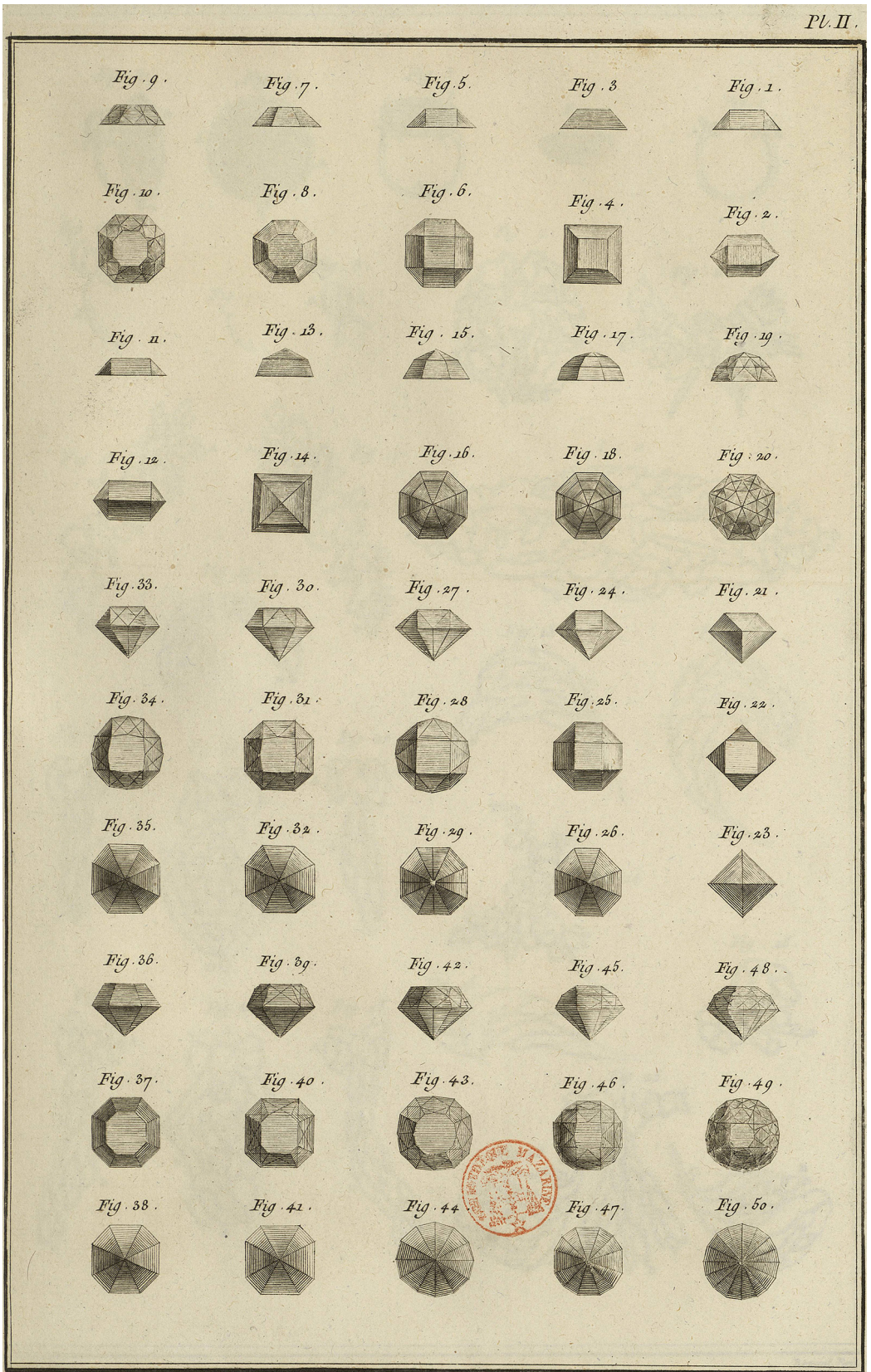



Fig. 1. Denis Diderot, *Planche II Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans*, da *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Paris 1751-80.

characteristics, necessary for the realization of the cut. Specifically, the latter concern the dimensions of the gem expressed as a ratio of proportionality between lengths and volumes, the number of facets, the planes of symmetry, the cutting angles of the pavilion and the crown (calculated with respect to the direction orthogonal to the vertical axis passing through the center of mass of the faceted solid) with the respective gear indices and rotation angles in the cutting sequence, the refractive index of the faceted model.

| | Solid | Solid | Solid | | | Solid | Solid | Solid | | | | | | | | Solid | Solid | Solid | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Composition | | lengths | | | Cutting plane | Order | Facets | | | | | | | | Symmetry | Symmetry | Solid | lengths | | | Gear index | Cutting plane angle | Total facets |
| | | | width [mm] | depth [mm] | height [mm] | | | sides | n. | sides | n. | sides | n. | sides | n. | Planes | Axes | | X [mm] | Y [mm] | Z [mm] | | | |
| Figg. 17, 18 | Table | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | 0 | | | | | | | 25 |
| | Crown | si | 1 | 1 | 0,45 | 3 | I | 3 | 8 | | | | | | | 8 | | Polyhedron | 0,49 | 0,49 | 0,07 | 16 | 20 | |
| | Crown | si | 1 | 1 | 0,45 | 3 | II | | | 4 | 8 | | | | | 8 | | Polyhedron | 0,85 | 0,85 | 0,16 | 16 | 42 | |
| | Crown | si | 1 | 1 | 0,45 | 3 | III | | | 4 | 8 | | | | | 8 | | Polyhedron | 1 | 1 | 0,21 | 16 | 70 | |
| | Girdle | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Pavilion | si | 1 | 1 | 0 | i | I | | | | | | | 8 | 1 | | 8 | // | 1 | 1 | 0 | | 0 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Figg. 30, 31, 32 | Table | si | 0,52 | 0,52 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | 8 | 1 | | 4 | | | | | | 0 | 25 |
| | Crown | si | 1 | 1 | 0,2 | 2 | I | 3 | 16 | | | | | | | 4 | | Polyhedron | 1 | 1 | 0,2 | 96 | 49-56 | |
| | Girdle | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Pavilion | si | 1 | 1 | 0,5 | 1 | I | 3 | 8 | | | | | | | 8 | | Pyramid | 1 | 1 | 0,5 | | 44 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Figg. 48, 49, 50 | Table | si | 0,29 | 0,29 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | 8 | 1 | | 16 | | 0,29 | 0,29 | 0 | | 0 | 113 |
| | Crown | si | 1 | 1 | 0,31 | 2 | I | 3 | 28 | 4 | 8 | | | | | 4 | | Polyhedron | 0,76 | 0,76 | 0,11 | 96 | 29-35 | |
| | Crown | si | 1 | 1 | 0,31 | 2 | II | 3 | 48 | 4 | 12 | | | | | 4 | | Polyhedron | 1 | 1 | 0,20 | 96 | 50-55 | |
| | Girdle | no | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Pavilion | si | 1 | 1 | 0,43 | 1 | I | 3 | 16 | | | | | | | 16 | | Pyramid | 1 | 1 | 0,43 | 16 | 45 | |

Fig. 2. Summary matrix of the qualitative and quantitative data of the cuts analyzed in the *Planche* II Graphic elaboration by the authors.

## .Encyclopedic drawings and parametric models of gems

Drawings 17 and 18 show a 'rose-cut' in three orders with an octagonal base, represented in double orthogonal projection, respectively vertical and zenithal. In the *planche* caption, these are indicated as "17. Elevation, & 18. Plant of a diamond-rose with three orders of facets composed of twenty-four".

The vector redrawing shows that the faceted gem can be inscribed in a spherical cap of 2:5 ratio between arrow and diameter and that the facets of the crown divide the arrow, from the pavilion to the vertex, according to a ratio 1/2: 1/3: 1/5. Considering that the diameter of the drawn gem is about 17 millimeters, it follows that the side of the base octagon is 6.5 mm and the facets of the three orders of the crown are inclined, starting from the lower order, 70°, 42° and 20°. The shape, composed of 24 facets, has 8 vertical planes of symmetry (fig. 3).

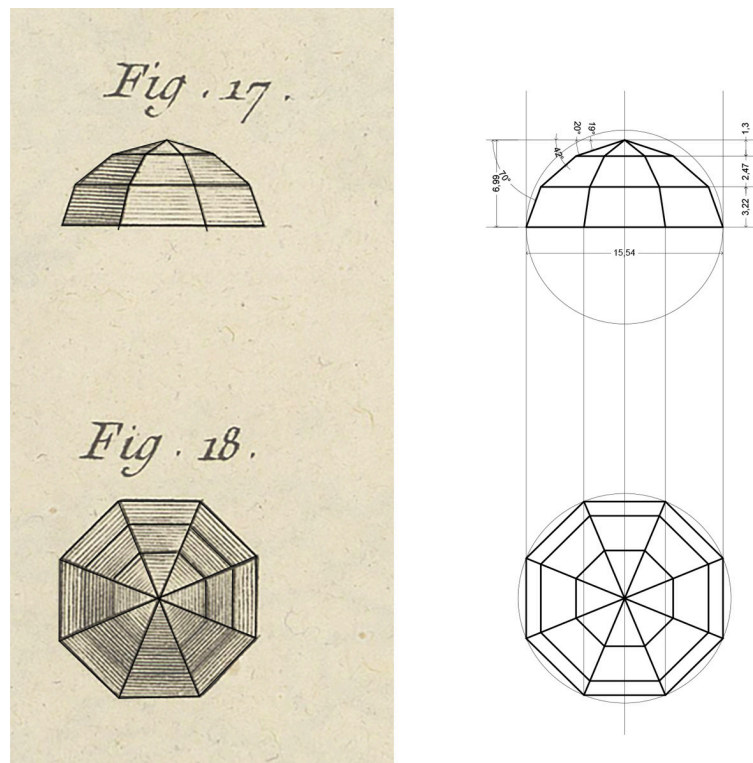



Fig. 3. Graphic-geometric analysis of drawings 17 and 18 in the *Planche* II *Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans* by Denis Diderot. Graphic elaboration by the authors.

Starting from the parametric cube, the digital facet proceeds from bottom to top from the first to the third order of the crown according to cutting planes of 70°, 42° and 20°, with gear index 96 and 8 planes of simmetry. The data reported in the cutting data sheet confirm the geometric determinations of the graphic analysis of the *planche*. Unless the number of facets indicated in the caption: the digital gem is composed of twenty-five facets and therefore, similarly to all the 'rose' cuts of the *planche*, it is evident that the author enumerated only the upper faces of these particular polyhedron.
In addition, the analytical diagrams (tilt performance) extracted from the model show the lower brilliance of the rose-cut compared to that obtained in the pavilion cuts (fig. 4).

Fig. 4. Parametric 3D modeling of cut 17, 18 in the *Planche* II. Teaching experience in the workshop *Precious Geometries. From iconography to digital model* (A.Y. 2021/22).

Drawings 30, 31 and 32 show a cut composed of a crown with table and a pavilion, joined by the common irregular octagonal profile, represented in triple orthogonal projection: view 30 is frontal, the others are respectively zenithal and nadiral to give an image of the crown with table and the pavilion.
The *planche* caption is '30. Elevation, 31. Plant from above, & 32. Plant from the bottom of a brilliant octagonal to a single order of facets composed of sixteen, that above eight sides' reporting also in this case the specific numerosity of the upper part of the polyhedron.
The vector redrawing shows that the faceted gem has a ratio of 2:3 between the height and dimeter of the polygon common to the crown and the pavilion, and that the heights of these two compositional parts are respectively in ratio 1:3 and 2:3 with the total height of the gem. The shape, composed of 25 facets, has 4 vertical planes of symmetry, in orthogonal pairs.
The eight facets of the pavilion are inclined in symmetrical pairs respectively 44° and 43°. The corresponding major triangular facets of the crown are inclined at 49° and 56°. The composition of the cutting planes determines eight minor triangular facets in the crown inclined 44° along the diametral planes of the octagon common to the crown and the pavilion (fig. 5).
In the digital environment, gemstones composed by pavilion and crown are modeled from the bottom. The imposed gear index is 96, the symmetry is 4.
In the technical data sheet of the digital model, the data relating to the number of veneers confirm what is described in the caption associated with the cut; the facets of the pavilion are inclined by 44°, while those of the crown have three different inclinations (C1 49°, C2 56°, C3 44°) and the respective angles of rotation in the cutting sequence are different for

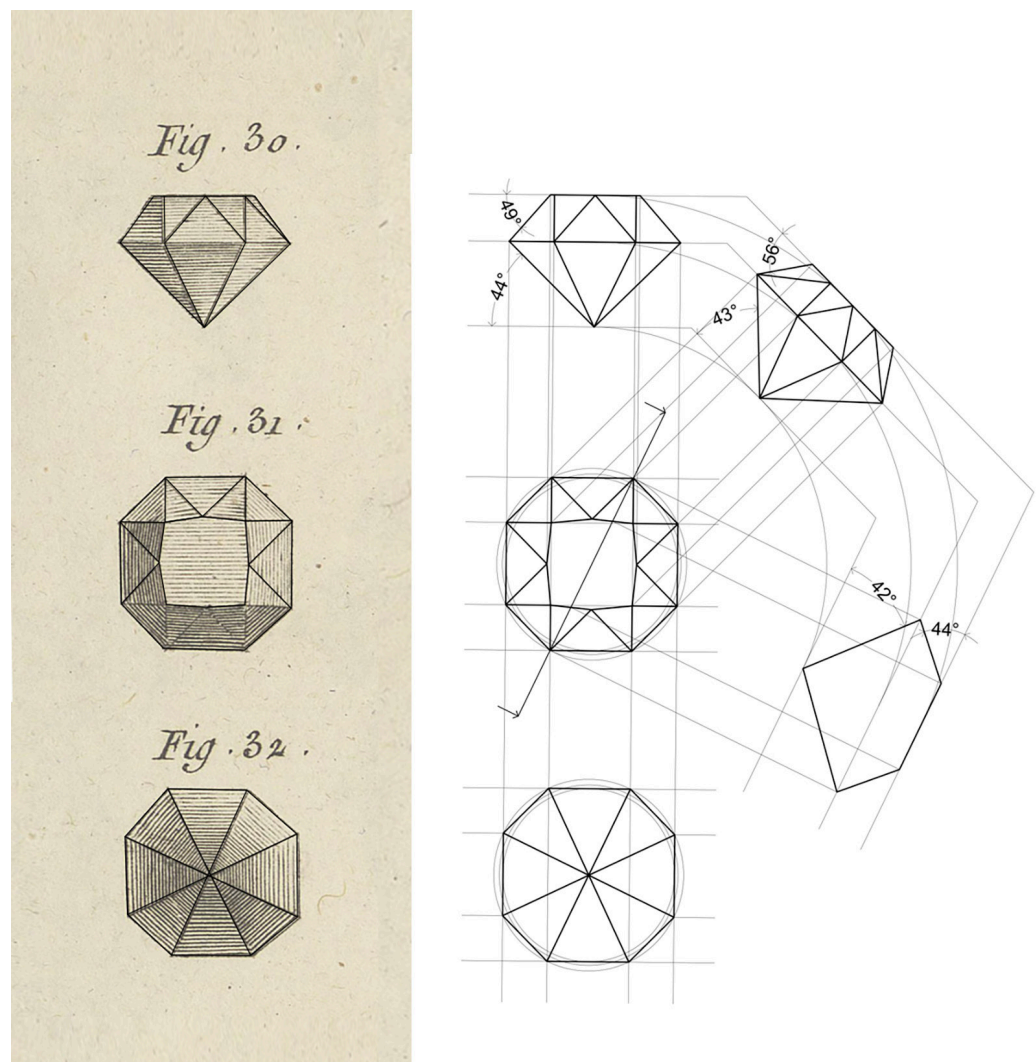



Fig. 5. Graphic-geometric analysis of drawings 30, 31 and 32 in the *Planche* II *Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans* by Denis Diderot. Graphic elaboration by the authors.

the same crown order. While the cutting angles of the C1 and C2 facets were imputed in the software from the vector redesign, the inclination of the C3 facets was calculated geometrically during modeling. The angle thus determined has confirmed what was calculated in the vector drawing.
Finally, compared to the rose-cut, the analytical diagrams (tilt performance) estimate for this cut a luminous performance (brilliance) of the gem greater than that of the 'rose' cut due to the presence of the pavilion (fig. 6).
Drawings 48, 49 and 50 show a cut composed of a crown on a double order of facets with an octagonal table and a pyramidal pavilion with a regular base of 16 sides, represented in triple orthogonal projection like the previous one. The caption "48. Elevation, 49. Plant from

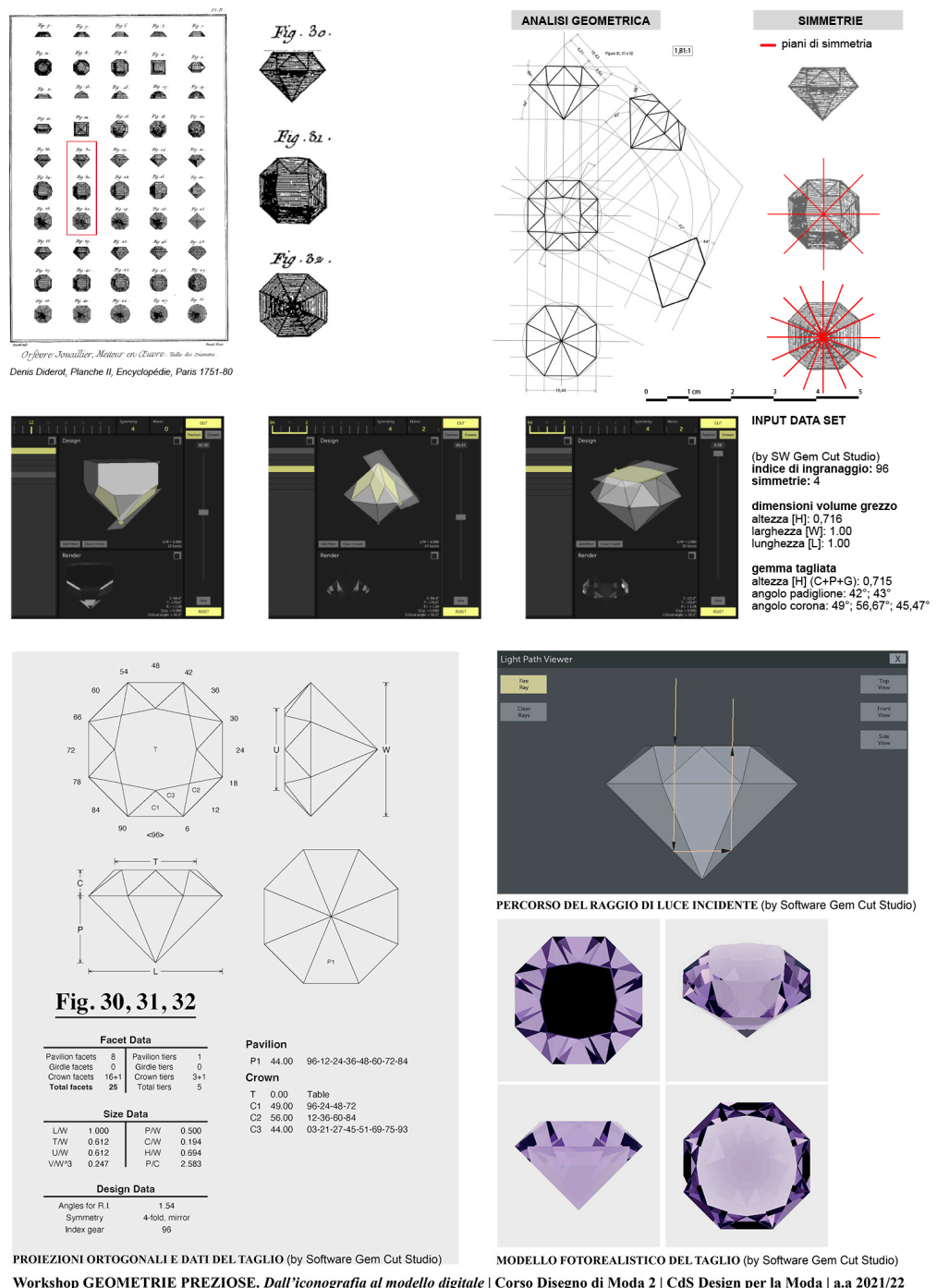



Fig. 6. Parametric 3D modeling of cut 30, 31 and 32 in the *Planche* II. Teaching experience in the workshop *Precious Geometries. From iconography to digital model* (A.Y. 2021/22).

above, & 50. Plant from the bottom of a brilliant of sixteen sides to two orders of facets composed of 96, those above from 12 sides", as for the other cuts, points out the morphological complexity of the crown and the number of facets certainly remarkable.
The vector redrawing allows the calculation of some significant proportions: the ratio between the height and the diameter of the polygon common to the crown and the pavilion is 3:4. The heights of these two compositional parts are respectively in a ratio of 2:5 and 3:5 with the total height of the gem.
Symmetry planes change between pavilion and crown. There are thirty-two planes of symmetry in the pavilion and four in the first and second orders of the crown.
During the parametric modeling phase, geometric inconsistencies emerged in the first and second order facets of the crown that could not be solved in the Gem Cut Studio software and clarified instead through CAD geometric modeling. The faceted geometric model of the crown was drawn starting from the edges and then from the vertices of the individual facets whose positions were determined in the vector redrawing of the cut. This procedure has shown that the trapezoidal facets of the crown – eight in the first order and four in the second order – define a flat surface in which linear signs are traced that cannot correspond to edges, but rather to incisions of the stone, because they are not reflected in the façade drawing; Otherwise, pentagons, four for each order, generate non-flat surfaces. In each of these is drawn a quadrangle with three vertices along as many sides of the pentagon and the fourth coinciding with a vertex of the pentagon itself: four triangles are defined that circumscribe a hunchback quadrilateral, impossible to perform with stone cutting tools. Thus, the number of total facets is reduced from ninety-six to sixty-two, of which the sixty calculated in the first order are thirty-four flat facets and four non-flat surfaces; The thirty-six calculated in the second order are twenty flat facets and four non-flat surfaces (fig. 7).
If the geometric modeling of the cut has allowed to analytically overcome the geometric criticalities that emerged during the digital modeling, on the other hand it has highlighted the limit of the geometric model in terms of evaluation of the preciousness of the cut, since it is not possible to extract from it the parameters of brilliance and yield of the gem.

## Conclusions

The study of the faceted solids of the *planche* II of the *Encyclopedie* opens up some critical considerations that from gemology invest the field of Drawing. The table examined reflects the rigorous setting of the encyclopedic work and the use of the systematic use of orthogonal projections in the entire graphic apparatus supplied. The analytical approach in the use of orthogonal projections anticipates the theoretical assumptions and the consequent applications that Gaspard Monge codified only twenty-seven years after the publication of the last iconographic tome of the *Encyclopedie*. The still empirical use of the method of double orthogonal projections highlights on the one hand the advantages offered in solving problems graphically of the design of faceted gems, on the other hand the application limits in the projections of complex spatial configurations. To validate these considerations, in drawings 17-18 and 30-31-32 the results of the graphic analysis demonstrate a geometric consistency between the graphic model represented in the *planche*, the relative caption and the digital parametric model of the faceted gem built according to the proposed methodological approach; while with regard to the drawings 48-49-50, they demonstrate the impossibility of executing the digital parametric model – and therefore the relative physical model – starting from the drawing in triple orthogonal projection, albeit correctly executed.
The case study discussed highlights that parametric modeling of faceted gemstone confirms itself as a valid tool of graphic analysis applied to the critical interpretation of treatise representations resolving their geometric ambiguities, and it opens up innovative insights for the continuation of research both in the field of the drawing of new cuts and in the drawing of settings. Concerning the drawing of new cuts this research project is experimenting in collaboration with well-known International Institutes of Gemology the cutting of synthetic stones and previously faceted stones to propose possible sustainable alternatives aimed at reducing the ecological footprint due to the extraction of natural stones. Both the cutting of synthetic or re-cut stones and the shaping of the setting confirms

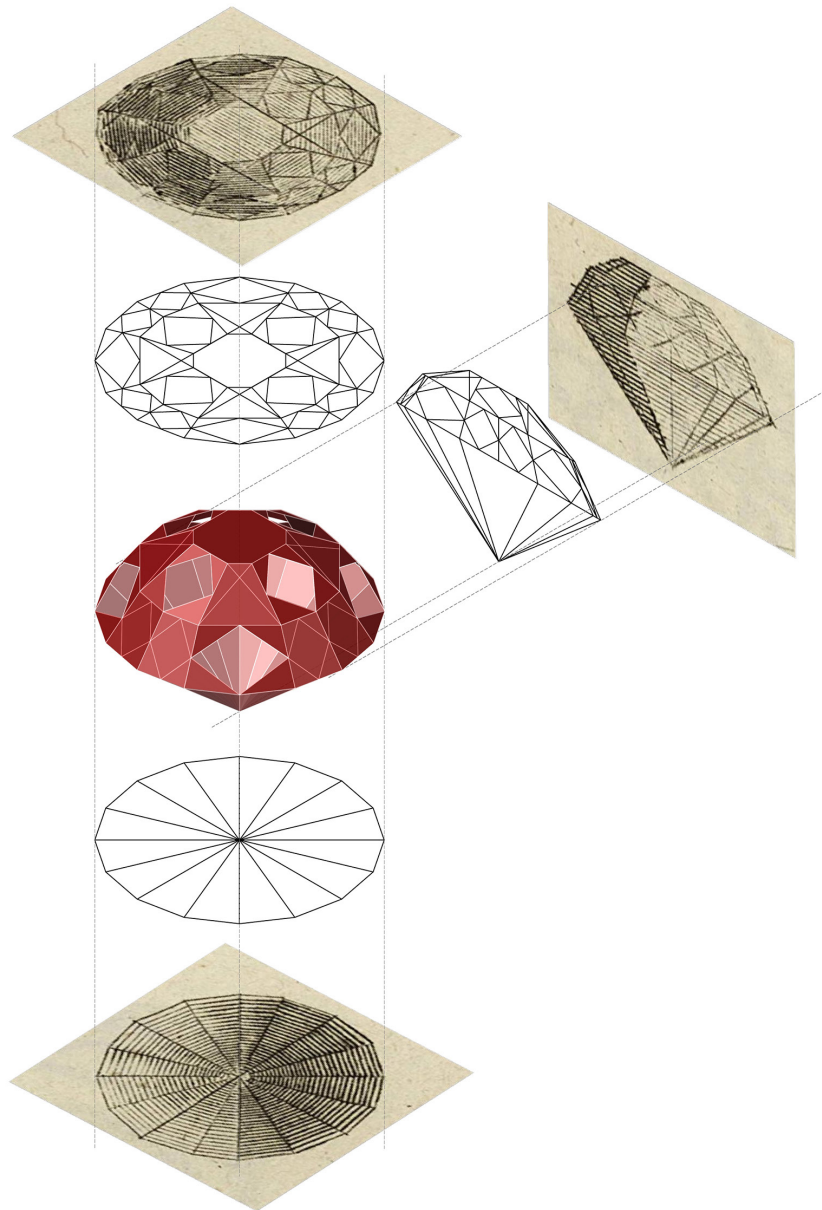



Fig. 7. Surface geometric modeling of cut 48, 49 and 50 in the *Planche* II *Orfèvre Jouaillier, Metteur en Oeuvre, Taille des Diamans* by Denis Diderot. Graphic elaboration by the authors.

the pivotal role of Geometry in a parametric approach; in the case of cutting, geometric principles rule the constitutive atomic structure of natural as well as synthetic stones; in the case of setting, geometry determines the configuration of the concave-convex surfaces between the gemstone and the metal.

### Credits

The authors designed the research and shared its methodology and contents. In particular, in the paragraph entitled 'Encyclopedic drawings and parametric models of gems' the drawings analysis 17-18. 30-31-32 and 48-49-50 are edited respectively by Pasquale Argenziano, Alessandra Avella and Nicola Pisacane. 'Introduction', the paragraph entitled 'Materials and Method' and 'Conclusions' are edited by all the authors.

## References

Argenziano P., Avella A., Pisacane N. (2022). Il disegno delle gemme sfaccettate. Fonti iconografiche e trattatistica, analisi geometrica, rilevamento, modellazione parametrica/Faceted gemstones drawing. Iconographic and treatise sources, geometric analysis, survey, parametric modelling. In C. Battini, E. Bistagnino (Eds.). *Dialogues. Visions and visuality. Proceedings of the 43rd Internationwal Conference of Representation Disciplines Teachers*, Genoa, 15-17 September 2023, pp. 2036-2057. Milan: FrancoAngeli.

Avella A. (2018). *Disegno di Moda. Corpo | abito | illustrazione. Fashion drawing. Body | clothing | illustration*, Rome: Aracne editrice.

Bravais M. A. (1849). *Mémoire sur les polyèdres de forme symétrique*. Paris: Imprimerie de Bachelier.

Casini P. (Ed.). (1966). *La filosofia dell'Encyclopédie. D'Alambert – Diderot*. Bari: Universale Laterza.

Church A.H. (1905). *Precious Stones considered in Their Scientific and Artistic Relations*. London: Wyman and Sons.

De Fiore G. (1983). *Corso di Disegno. Dal procedimento dei maestri, alle tecniche, al disegno personale*. Milan: Fabbri Editore.

De Rosa A., Sgrosso A., Giordano A. (2002) *La Geometria nell'Immagine. Storia dei metodi di rappresentazione*. Turin: UTET.

Diderot D., D'Alembert J.L.R. (1751-1772). *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. Paris.

Farrington O. C. (1903). *Gems and Gem minerals*. Chicago: A. W. Mumford.

Haüy R. J. (1817). *Traité des pierres précieuses*. Paris.

Modica M. (ed.) (1988). *L'estetica dell'Encyclopédie*. Rome: Editori Riuniti.

Mol A.A., Martins-Filho L.S., da Silva J.D.S., Rocha R. (2007). Efficiency parameters estimation in gemstones cut design using artificial neural networks. In *Computational Materials Science*, n. 38 (4), pp. 727-736. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0927025606001625> (accessed 30 March 2023).

Mottana A., Crespi R., Liborio G. (1977). *Minerali e rocce*. Milan: Mondadori Editore.

Pisacane N., Argenziano P., Avella A. (2021). Dalla stereotomia, spunti per il disegno delle gemme. Insights into the gems' drawing from stereotomy. In Jacazzi D., Morelli M. D. (ed.). *Gemme e Gioielli: Storia e Design*, n. 0, pp. 68-69. Aversa: DADI Press.

Pisacane N., Argenziano P., Avella A. (2023). Gems Geometry: From Raw Structure to Precious Stone. In L.-Y. Cheng (Ed.). ICGG 2022. *Proceedings of the 20th International Conference on Geometry and Graphics*, Sao Paulo, 15-19 August 2022, pp. 497-508. Cham: Springer.

Quintili P. (1995). *Arti, scienze e lavoro nell'età dell'Illuminismo. La filosofia dell'Encyclopédie*. Rome: Antonio Pellicani Editore.

Quintili P. (2001). *La pensée critique de Diderot. Matérialisme, science et poésie à l'âge de l'Encyclopédie 1742-1782*. Paris: Honoré Champion.

Quintili P. (2005). *Illuminismo ed Enciclopedia.* Rome: Carocci.

S.A. (1711). Esperienze fatte con lo specchio ustorio di Firenze sopra le gemme, e le pietre dure. In *Giornale de' Letterati d'Italia*. Tomo VIII, pp.221-309.

Sborgi F. (1973). Glittica e lavorazioni affini. In E. Baccheschi, C. Dufour Bozzo, F. Franchini Guelfi, G. Gallo Colonni, E. Gavazza, G. Giubbini, M. Leva Pistoi, E. Parma Arman, F.R. Pesenti, F. Sborgi (Eds.). *Le Tecniche Artistiche*, pp. 63-82. Milan: Mursia.

Schmetzer K. (2019). A 15th-Century Polishing Machine for Gemstones Attributed to Henri Arnaut. In *Journal of Gemmology,* n. 6 (36), pp. 544-550. <https://gemcutstudio.com> (accessed 30 March 2023).

Authors
*Nicola Pisacane,* Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*, nicola.pisacane@unicampania.it
*Pasquale Argenziano,* Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*, pasquale.argenziano@unicampania.it
*Alessandra Avella,* Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*, alessandra.avella@unicampania.it

*To cite this chapter*: Pisacane Nicola, Argenziano Pasquale, Avella Alessandra (2023). Modellazione parametrica delle gemme dall'*Encyclopedie*. Analisi geometrica e criticità morfologiche./Parametric Modeling of Gemstone from the *Encyclopedie*. Geometric Analysis and Morphological Problems. In Cannella M., Garozzo A., Morena S. (eds.). *Transizioni. Atti del 44° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Transitions. Proceedings of the 44th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 1874-1895.


Isbn 9788835155119